

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

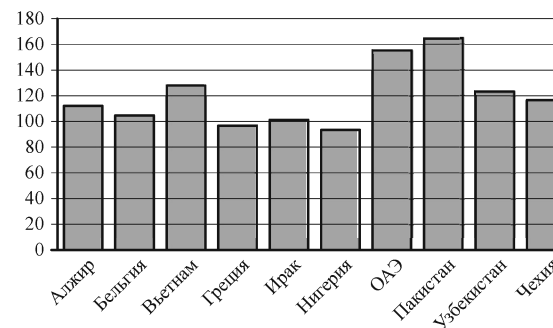
Желаем успеха!

Часть 1

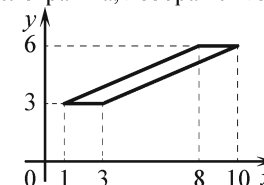
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает Екатерина, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 сентября счётчик показывал расход 189 куб. м воды, а 1 октября — 204 куб. м. Какую сумму должна заплатить Екатерина за холодную воду за сентябрь, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 16 руб. 90 коп.? Ответ дайте в рублях.

- B2** На диаграмме показано распределение выбросов углекислого газа в атмосферу в 10 странах мира (в миллионах тонн) за 2008 год. Среди представленных стран первое место по объёму выбросов занимал Пакистан, десятое место — Нигерия. Какое место среди представленных стран занимала Чехия?



- B3** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

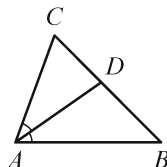


В4 Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 20% на звонки абонентам других сотовых компаний в своём регионе, либо скидку 15% на звонки в другие регионы, либо скидку 30% на услуги мобильного интернета.

Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 375 рублей на звонки абонентам других компаний в своём регионе, 460 рублей на звонки в другие регионы и 230 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Сколько рублей составит эта скидка, если звонки и пользование Интернетом сохранятся в прежнем объёме?

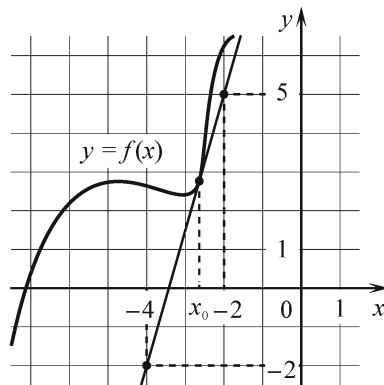
В5 Найдите корень уравнения $\log_5(7-9x) = 2$.

В6 В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 64° , угол CAD равен 33° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.

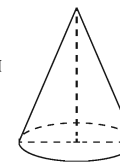


В7 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

В8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

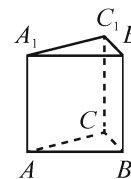


В9 Диаметр основания конуса равен 42, а длина образующей равна 75. Найдите высоту конуса.



В10 В сборнике билетов по химии всего 50 билетов, в 16 из них встречается вопрос по углеводородам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по углеводородам.

В11 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, A_1, B_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 2.



В12 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 140$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 9$ м/с и $v = 7$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 145 Гц?

В13 Десять одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов пятнадцать таких же рубашек дороже куртки?

В14 Найдите наибольшее значение функции $y = 59x - 56\sin x + 42$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

а) Решите уравнение $2\sin^2 x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

C2

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра $AB = 8$, $AD = 7$, $AA_1 = 5$. Точка W принадлежит ребру DD_1 и делит его в отношении 1:4, считая от вершины D . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки C , W и A_1 .

C3

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{4-x} \frac{-5-x}{x-4} \leq -1, \\ \frac{x^2 - 5x + 3}{x-4} + \frac{5x-27}{x-6} \leq x+4. \end{cases}$$

C4

Окружности радиусов 11 и 21 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внутренним образом в точке K , MO_1 и NO_2 — параллельные радиусы этих окружностей, причём $\angle MO_1 O_2 = 120^\circ$. Найдите MN .

C5

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - |x+3+a| = |x-a-3| - (a+3)^2$$

имеет единственный корень.

C6

Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке убывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор $-6, -2, 1, 4, 5, 7, 11$. Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 7 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

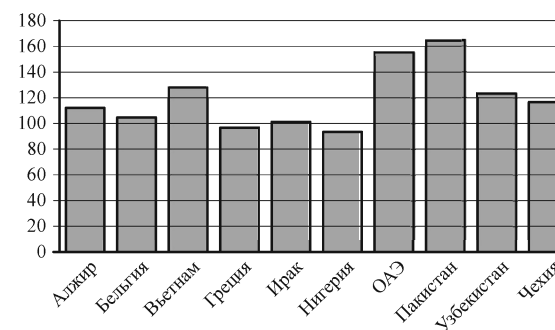
Желаем успеха!

Часть 1

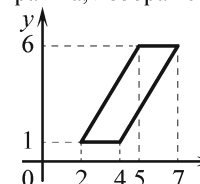
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает Валерий, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 марта счётчик показывал расход 182 куб. м воды, а 1 апреля — 192 куб. м. Какую сумму должен заплатить Валерий за холодную воду за март, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 23 руб. 10 коп.? Ответ дайте в рублях.

- B2** На диаграмме показано распределение выбросов углекислого газа в атмосферу в 10 странах мира (в миллионах тонн) за 2008 год. Среди представленных стран первое место по объёму выбросов занимал Пакистан, десятое место — Нигерия. Какое место среди представленных стран занимал Ирак?



- B3** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

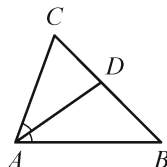


В4 Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 25% на звонки абонентам других сотовых компаний в своём регионе, либо скидку 20% на звонки в другие регионы, либо скидку 10% на услуги мобильного интернета.

Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 200 рублей на звонки абонентам других компаний в своём регионе, 245 рублей на звонки в другие регионы и 510 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Сколько рублей составит эта скидка, если звонки и пользование Интернетом сохранятся в прежнем объёме?

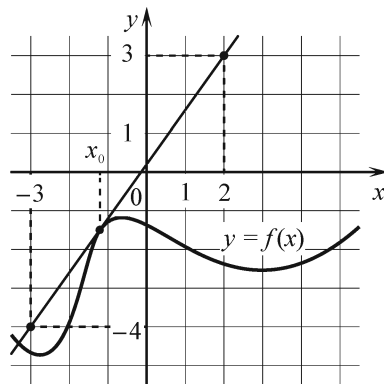
В5 Найдите корень уравнения $\log_2(12 - 4x) = 5$.

В6 В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 62° , угол CAD равен 32° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.



В7 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{5\sqrt{29}}{29}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

В8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

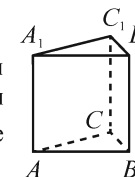


В9 Диаметр основания конуса равен 18, а длина образующей равна 41. Найдите высоту конуса.



В10 В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 16 из них встречается вопрос по логарифмам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по логарифмам.

В11 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, A_1, B_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 9.



В12 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 120$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 6$ м/с и $v = 7$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 125 Гц?

В13 Десять одинаковых рубашек дешевле куртки на 6%. На сколько процентов пятнадцать таких же рубашек дороже куртки?

В14 Найдите наибольшее значение функции $y = 99x - 97\sin x + 62$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $2\cos^2 x = \sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

- C2** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 7$. Точка O принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении $3:4$, считая от вершины B . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , O и C_1 .

- C3** Решите систему неравенств
- $$\begin{cases} \log_{7-x} \frac{1-x}{x-7} \leq -1, \\ \frac{x^2 - 4x + 3}{x-2} + \frac{4x-22}{x-7} \leq x+2. \end{cases}$$

- C4** Окружности радиусов 13 и 20 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внутренним образом в точке K , MO_1 и NO_2 — параллельные радиусы этих окружностей, причём $\angle MO_1 O_2 = 120^\circ$. Найдите MN .

- C5** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 - |x+2+a| = |x-a-2| - (a+2)^2$ имеет единственный корень.

- C6** Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.
- а) На доске выписан набор $-5, -2, 1, 3, 4, 6, 9$. Какие числа были задуманы?
- б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 6 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?
- в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

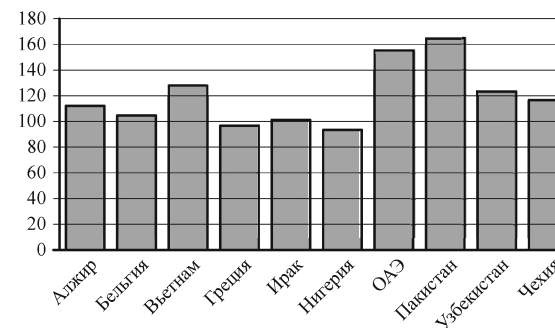
Желаем успеха!

Часть 1

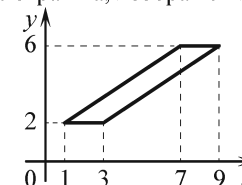
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает Марина, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 июля счётчик показывал расход 120 куб. м воды, а 1 августа — 131 куб. м. Какую сумму должна заплатить Марина за холодную воду за июль, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 20 руб. 60 коп.? Ответ дайте в рублях.

- B2** На диаграмме показано распределение выбросов углекислого газа в атмосферу в 10 странах мира (в миллионах тонн) за 2008 год. Среди представленных стран первое место по объёму выбросов занимал Пакистан, десятое место — Нигерия. Какое место среди представленных стран занимал Алжир?



- B3** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

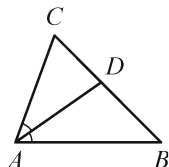


В4 Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 20% на звонки абонентам других сотовых компаний в своём регионе, либо скидку 30% на звонки в другие регионы, либо скидку 15% на услуги мобильного интернета.

Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 475 рублей на звонки абонентам других компаний в своём регионе, 350 рублей на звонки в другие регионы и 620 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Сколько рублей составит эта скидка, если звонки и пользование Интернетом сохранятся в прежнем объёме?

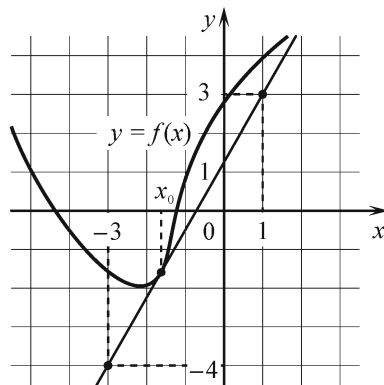
В5 Найдите корень уравнения $\log_4(7 - 3x) = 3$.

В6 В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 65° , угол CAD равен 35° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.

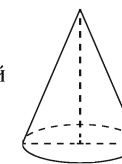


В7 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{5\sqrt{26}}{26}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

В8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

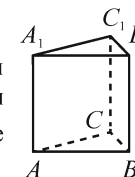


В9 Диаметр основания конуса равен 48, а длина образующей равна 51. Найдите высоту конуса.



В10 В сборнике билетов по биологии всего 15 билетов, в 9 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

В11 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки C, A_1, B_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 2, а боковое ребро равно 6.



В12 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 160$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 8$ м/с и $v = 16$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 170 Гц?

В13 Семь одинаковых рубашек дешевле куртки на 9%. На сколько процентов девять таких же рубашек дороже куртки?

В14 Найдите наибольшее значение функции $y = 43x - 40\sin x + 34$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

а) Решите уравнение $\sqrt{2} \cos^2 x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

C2

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра $AB = 6$, $AD = 4$, $AA_1 = 10$. Точка F принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении $2:3$, считая от вершины B . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , F и C_1 .

C3

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{6-x} \frac{2-x}{x-6} \leq -1, \\ \frac{x^2 - 3x - 6}{x-4} + \frac{4x-29}{x-8} \leq x+5. \end{cases}$$

C4

Окружности радиусов 1 и 4 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внутренним образом в точке K , MO_1 и NO_2 — параллельные радиусы этих окружностей, причём $\angle MO_1 O_2 = 120^\circ$. Найдите MN .

C5

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - |x+7-a| = |x+a-7| - (a-7)^2$$

имеет единственный корень.

C6

Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор $-4, -1, 1, 3, 4, 5, 8$. Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 4 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?