

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

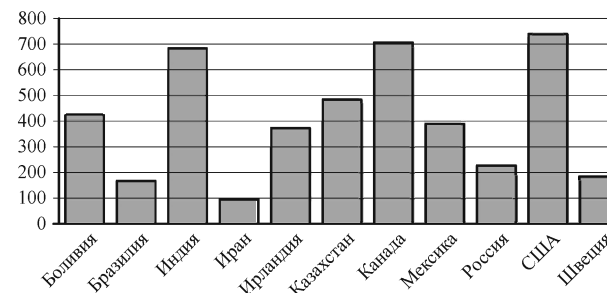
Желаем успеха!

Часть 1

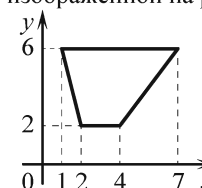
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** В квартире, где проживает Анастасия, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 сентября счётчик показывал расход 122 куб. м воды, а 1 октября — 142 куб. м. Какую сумму должна заплатить Анастасия за холодную воду за сентябрь, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 9 руб. 90 коп.? Ответ дайте в рублях.

- В2** На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимали США, одиннадцатое место — Иран. Какое место занимал Казахстан?



- В3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



В4 Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1	4	5	4	2
Б	5	4	5	4	1
В	2	5	4	2	5

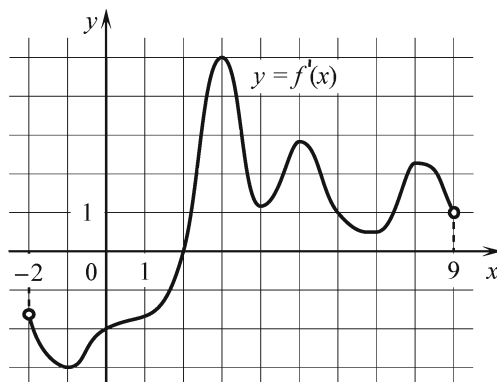
В5 Найдите корень уравнения $5^{9+x} = 125$.

В6 В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 15$, AH — высота, $BH = 6$. Найдите косинус угла BAC .

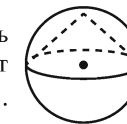


В7 Найдите значение выражения $\log_5 312,5 - \log_5 2,5$.

В8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[2; 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

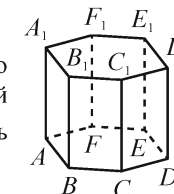


В9 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Образующая конуса равна $50\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.



В10 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Италии и 6 прыгунов из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать четвёртым будет выступать прыгун из Италии.

В11 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки D, E, F, D_1, E_1, F_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 9.



В12 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 247 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 18 м/с.

В13 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 42 килограммов изюма, если виноград содержит 82% воды, а изюм содержит 19% воды?

В14 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 36}{x}$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

а) Решите уравнение $(27^{\cos x})^{\sin x} = 3^{\frac{3\cos x}{2}}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

C2

В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 1, а боковые рёбра равны 2. Точка N принадлежит ребру MC , причём $MN:NC = 2:1$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки B и N параллельно прямой AC .

C3

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{4-x}(16-x^2) \leq 1, \\ 2x+1 - \frac{21x+39}{x^2+x-2} \geq -\frac{1}{x+2}. \end{cases}$$

C4

Окружности радиусов 2 и 9 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются в точке L . Прямая, проходящая через точку L , вторично пересекает меньшую окружность в точке K , а большую — в точке M . Найдите площадь треугольника KMO_1 , если $\angle LMO_2 = 15^\circ$.

C5

Найдите все значения a , при которых уравнение

$$8a + \sqrt{7+6x-x^2} = ax + 4$$

имеет единственный корень.

C6

а) Чему равно число способов записать число 1292 в виде $1292 = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$?

б) Существуют ли 10 различных чисел N таких, что их можно представить в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$, ровно 130 способами?

в) Сколько существует чисел N таких, что их можно представить в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$, ровно 130 способами?

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

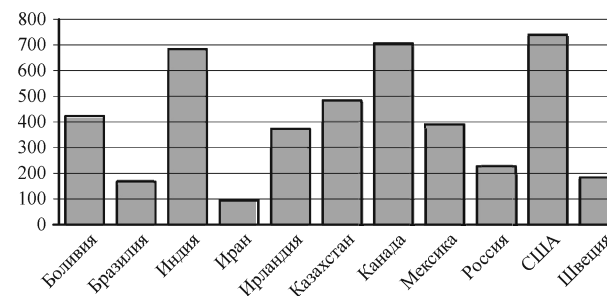
Желаем успеха!

Часть 1

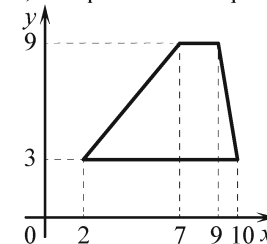
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает Максим, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 февраля счётчик показывал расход 129 куб. м воды, а 1 марта — 140 куб. м. Какую сумму должен заплатить Максим за холодную воду за февраль, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 10 руб. 60 коп.? Ответ дайте в рублях.

- B2** На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимали США, одиннадцатое место — Иран. Какое место занимала Россия?



- B3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



В4 Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

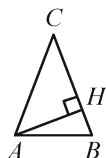
$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1	1	2	2	2
Б	3	2	3	5	1
В	2	4	1	1	4

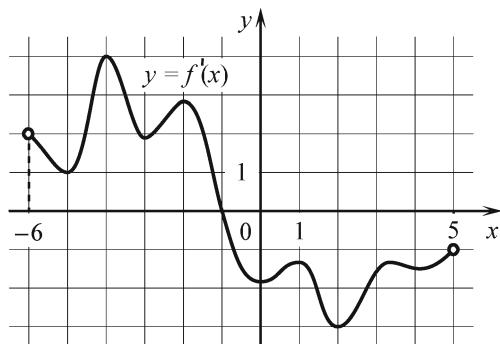
В5 Найдите корень уравнения $3^{-9+x} = 3$.

В6 В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 12$, AH — высота, $BH = 6$. Найдите косинус угла BAC .

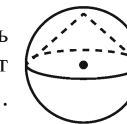


В7 Найдите значение выражения $\log_3 121,5 - \log_3 1,5$.

В8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

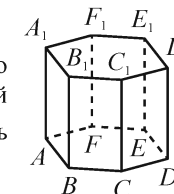


В9 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Образующая конуса равна $29\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.



В10 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 50 спортсменов, среди них 10 прыгунов из Голландии и 8 прыгунов из Колумбии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что десятым будет выступать прыгун из Голландии.

В11 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, E, F, A_1, E_1, F_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 10.



В12 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 629 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 20 м/с.

В13 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 64 килограммов изюма, если виноград содержит 82% воды, а изюм содержит 19% воды?

В14 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 1}{x}$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $(36^{\sin x})^{\cos x} = 6^{\sqrt{2} \sin x}$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

- C2** В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны $\frac{3}{2}$, а боковые рёбра равны 4. Точка K принадлежит ребру MB , причём $MK:KB = 2:1$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки A и K параллельно прямой BD .

- C3** Решите систему неравенств
- $$\begin{cases} \log_{5-x}(25-x^2) \leq 1, \\ x+17 + \frac{144x-436}{x^2-10x+21} \leq \frac{1}{x-3}. \end{cases}$$

- C4** Окружности радиусов $5\sqrt{3}$ и $7\sqrt{3}$ с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются в точке L . Прямая, проходящая через точку L , вторично пересекает меньшую окружность в точке K , а большую — в точке M . Найдите площадь треугольника KMO_1 , если $\angle LMO_2 = 30^\circ$.

- C5** Найдите все значения a , при которых уравнение $13a + \sqrt{35 + 2x - x^2} = ax + 6$ имеет единственный корень.

- C6** а) Чему равно число способов записать число 1091 в виде $1091 = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$?
- б) Существуют ли 10 различных чисел N таких, что их можно представить в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$, ровно 110 способами?
- в) Сколько существует чисел N таких, что их можно представить в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$, ровно 110 способами?

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

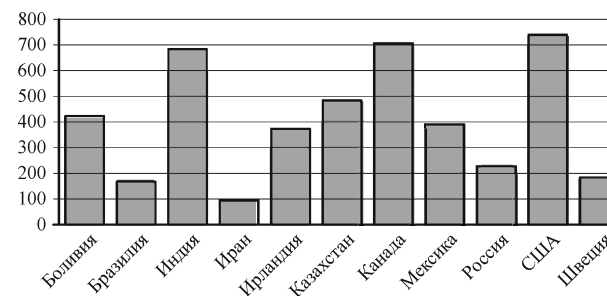
Желаем успеха!

Часть 1

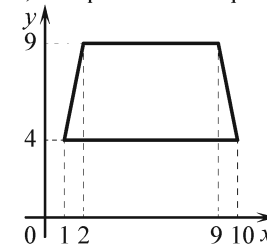
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** В квартире, где проживает Алексей, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 июня счётчик показывал расход 151 куб. м воды, а 1 июля — 165 куб. м. Какую сумму должен заплатить Алексей за холодную воду за июнь, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 20 руб. 80 коп.? Ответ дайте в рублях.

- B2** На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимали США, одиннадцатое место — Иран. Какое место занимала Боливия?



- B3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



В4 Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	5	4	5	4
Б	1	2	3	3	5
В	3	1	4	3	5

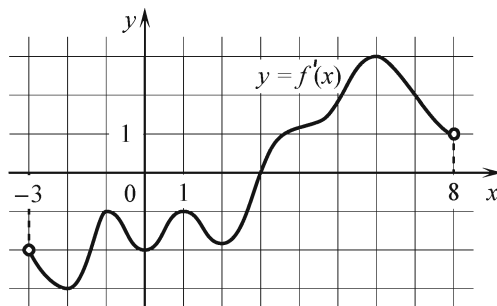
В5 Найдите корень уравнения $6^{-9+x} = 6$.

В6 В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 8$, AH — высота, $BH = 2$. Найдите косинус угла BAC .

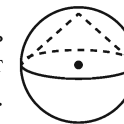


В7 Найдите значение выражения $\log_6 756 - \log_6 3,5$.

В8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

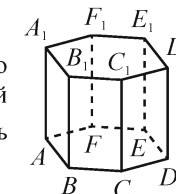


В9 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Образующая конуса равна $36\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.



В10 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 45 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Испании и 9 прыгунов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать четвёртым будет выступать прыгун из США.

В11 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, E, F, A_1, E_1, F_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 13.



В12 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 198 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 15 м/с. Ответ выразите в МГц.

В13 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 8 килограммов изюма, если виноград содержит 82% воды, а изюм содержит 19% воды?

В14 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 25}{x}$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

а) Решите уравнение $(36^{\sin x})^{-\cos x} = 6^{\sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

C2

В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 12, а боковые рёбра равны 24. Точка G принадлежит ребру MA , причём $MG:GA=2:1$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки B и G параллельно прямой AC .

C3

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{4-x}(28-3x-x^2) \leq 1, \\ x+7 + \frac{14x-24}{x^2-4x+3} \geq \frac{5}{x-1}. \end{cases}$$

C4

Окружности радиусов 9 и 15 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются в точке L . Прямая, проходящая через точку L , вторично пересекает меньшую окружность в точке K , а большую — в точке M . Найдите площадь треугольника KMO_1 , если $\angle LMO_2 = 15^\circ$.

C5

Найдите все значения a , при которых уравнение

$$10a + \sqrt{-35 + 12x - x^2} = ax + 1$$

имеет единственный корень.

C6

а) Чему равно число способов записать число 1595 в виде $1595 = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$?

б) Существуют ли 10 различных чисел N таких, что их можно представить в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$, ровно 160 способами?

в) Сколько существует чисел N таких, что их можно представить в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$, ровно 160 способами?