

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

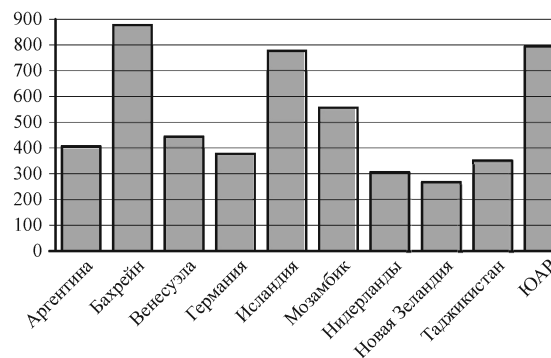
**Желаем успеха!**

## Часть 1

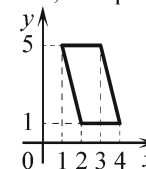
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1** 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 40 копеек. Счётчик электроэнергии 1 июня показывал 23818 киловатт-часов, а 1 июля показывал 23992 киловатт-часа. Какую сумму нужно заплатить за электроэнергию за июнь? Ответ дайте в рублях.

**В2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по объёму выплавки занимал Бахрейн, десятое место — Новая Зеландия. Какое место среди представленных стран занимал Мозамбик?



**В3** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

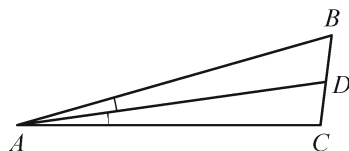


**В4** Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 20% на звонки абонентам других сотовых компаний в своём регионе, либо скидку 25% на звонки в другие регионы, либо скидку 30% на услуги мобильного интернета.

Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 625 рублей на звонки абонентам других компаний в своём регионе, 520 рублей на звонки в другие регионы и 410 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Сколько рублей составит эта скидка, если звонки и пользование Интернетом сохранятся в прежнем объёме?

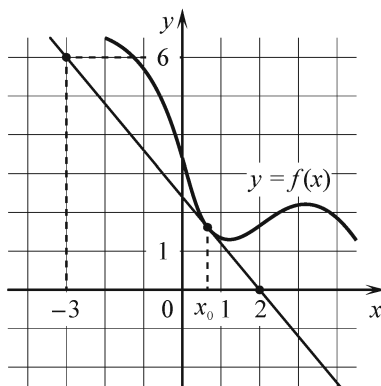
**В5** Найдите корень уравнения  $\log_5(-9x+7)=2$ .

**В6** В треугольнике  $ABC$   $AD$  — биссектриса, угол  $C$  равен  $93^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $6^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.

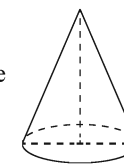


**В7** Найдите значение выражения  $-50 \operatorname{tg} 9^\circ \cdot \operatorname{tg} 81^\circ + 31$ .

**В8** На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

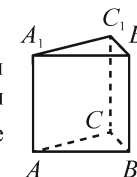


**В9** Высота конуса равна 48, а длина образующей равна 50. Найдите диаметр основания конуса.



**В10** В сборнике билетов по философии всего 30 билетов, в 15 из них встречается вопрос по онтологии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по онтологии.

**В11** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $B, A_1, B_1, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 8.



**В12** При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала  $f_0=120$  Гц и определяется следующим выражением:  $f=f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$  (Гц), где  $c$  — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u=7$  м/с и  $v=9$  м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости  $c$  (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике  $f$  будет не менее 125 Гц?

**В13** Шесть одинаковых рубашек дешевле куртки на 1%. На сколько процентов восемь таких же рубашек дороже куртки?

**В14** Найдите наименьшее значение функции  $y=4\cos x+13x+9$  на отрезке  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение  $\sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

- C2** В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания равна 20, а боковое ребро  $AA_1 = 7$ . Точка  $M$  принадлежит ребру  $A_1 D_1$  и делит его в отношении 2:3, считая от вершины  $D_1$ . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки  $B$ ,  $D$  и  $M$ .

- C3** Решите систему неравенств
- $$\begin{cases} \log_{4-x} \frac{(x-4)^8}{x+5} \geq 8, \\ \frac{x^2 - 3x - 5}{x-4} + \frac{x^2 - 6x + 3}{x-6} \leq 2x + 1. \end{cases}$$

- C4** Окружности радиусов 11 и 21 с центрами  $O_1$  и  $O_2$  соответственно касаются внешним образом в точке  $C$ ,  $AO_1$  и  $BO_2$  — параллельные радиусы этих окружностей, причём  $\angle AO_1 O_2 = 60^\circ$ . Найдите  $AB$ .

- C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + (a-3)^2 = |x+3-a| + |x+a-3|$  имеет единственный корень.

- C6** Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.  
 а) На доске выписан набор  $-11, -7, -5, -4, -1, 2, 6$ . Какие числа были задуманы?  
 б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 4 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?  
 в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

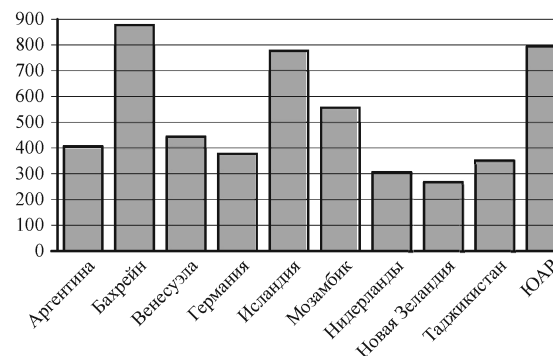
**Желаем успеха!**

## Часть 1

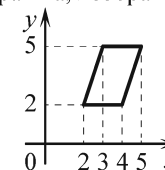
*Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**В1** 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 20 копеек. Счётчик электроэнергии 1 ноября показывал 669 киловатт-часов, а 1 декабря показывал 846 киловатт-часов. Какую сумму нужно заплатить за электроэнергию за ноябрь? Ответ дайте в рублях.

**В2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по объёму выплавки занимал Бахрейн, десятое место — Новая Зеландия. Какое место среди представленных стран занимала Венесуэла?



**В3** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

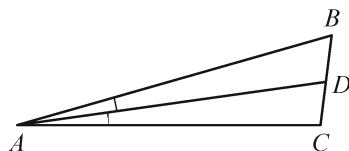


**В4** Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 30% на звонки абонентам других сотовых компаний в своём регионе, либо скидку 20% на звонки в другие регионы, либо скидку 15% на услуги мобильного интернета.

Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 310 рублей на звонки абонентам других компаний в своём регионе, 415 рублей на звонки в другие регионы и 560 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Сколько рублей составит эта скидка, если звонки и пользование Интернетом сохранятся в прежнем объёме?

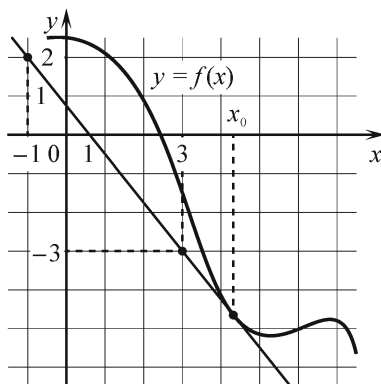
**В5** Найдите корень уравнения  $\log_2(-3x+8) = 7$ .

**В6** В треугольнике  $ABC$   $AD$  — биссектриса, угол  $C$  равен  $104^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $6^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.

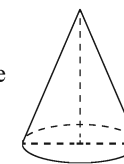


**В7** Найдите значение выражения  $30 \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \operatorname{tg} 87^\circ - 43$ .

**В8** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

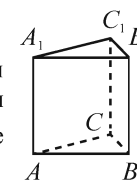


**В9** Высота конуса равна 21, а длина образующей равна 29. Найдите диаметр основания конуса.



**В10** В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос про Александра Второго. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос про Александра Второго.

**В11** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $C, A_1, B_1, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 4, а боковое ребро равно 9.



**В12** При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала  $f_0 = 170$  Гц и определяется следующим выражением:  $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$  (Гц), где  $c$  — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u = 12$  м/с и  $v = 6$  м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости  $c$  (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике  $f$  будет не менее 180 Гц?

**В13** Девять одинаковых рубашек дешевле куртки на 10%. На сколько процентов одиннадцать таких же рубашек дороже куртки?

**В14** Найдите наименьшее значение функции  $y = 69 \cos x + 71x + 48$  на отрезке  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение  $\sin 2x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ .
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

- C2** В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания равна 22, а боковое ребро  $AA_1 = 7$ . Точка  $K$  принадлежит ребру  $B_1 C_1$  и делит его в отношении 6:5, считая от вершины  $B_1$ . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки  $B$ ,  $D$  и  $K$ .

- C3** Решите систему неравенств
- $$\begin{cases} \log_{8-x} \frac{(x-8)^{10}}{x-1} \geq 10, \\ \frac{x^2 - 9x + 15}{x-2} + \frac{x^2 - 7x + 4}{x-7} \leq 2x - 7. \end{cases}$$

- C4** Окружности радиусов 13 и 20 с центрами  $O_1$  и  $O_2$  соответственно касаются внешним образом в точке  $C$ ,  $AO_1$  и  $BO_2$  — параллельные радиусы этих окружностей, причём  $\angle AO_1 O_2 = 60^\circ$ . Найдите  $AB$ .

- C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение
- $$x^2 + (2-a)^2 = |x-2+a| + |x-a+2|$$
- имеет единственный корень.

- C6** Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.
- а) На доске выписан набор  $-9, -6, -4, -3, -1, 2, 5$ . Какие числа были задуманы?
- б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 5 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?
- в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

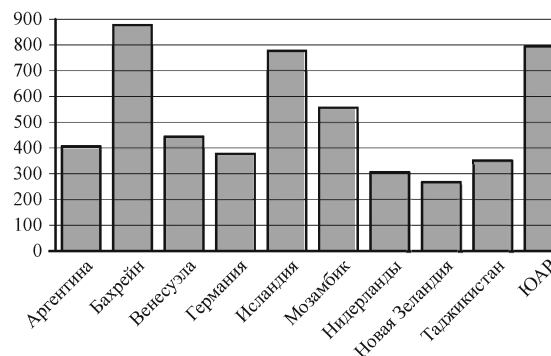
**Желаем успеха!**

## Часть 1

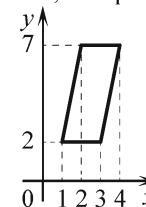
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**B1** 1 киловатт-час электроэнергии стоит 2 рубля 40 копеек. Счётчик электроэнергии 1 октября показывал 70301 киловатт-час, а 1 ноября показывал 70477 киловатт-часов. Какую сумму нужно заплатить за электроэнергию за октябрь? Ответ дайте в рублях.

**B2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по объёму выплавки занимал Бахрейн, десятое место — Новая Зеландия. Какое место среди представленных стран занимала Аргентина?



**B3** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

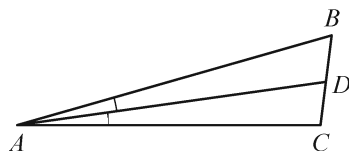


**В4** Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 20% на звонки абонентам других сотовых компаний в своём регионе, либо скидку 30% на звонки в другие регионы, либо скидку 15% на услуги мобильного интернета.

Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 365 рублей на звонки абонентам других компаний в своём регионе, 250 рублей на звонки в другие регионы и 480 рублей на мобильный интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Сколько рублей составит эта скидка, если звонки и пользование Интернетом сохранятся в прежнем объёме?

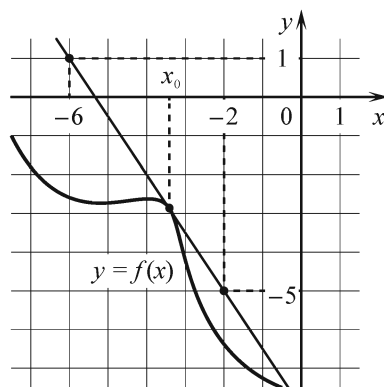
**В5** Найдите корень уравнения  $\log_2(-3x+13)=8$ .

**В6** В треугольнике  $ABC$   $AD$  — биссектриса, угол  $C$  равен  $97^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $8^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.

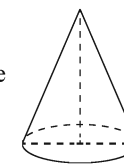


**В7** Найдите значение выражения  $-12 \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \operatorname{tg} 70^\circ + 7$ .

**В8** На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

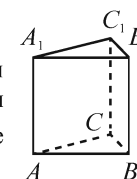


**В9** Высота конуса равна 16, а длина образующей равна 34. Найдите диаметр основания конуса.



**В10** В сборнике билетов по математике всего 30 билетов, в 9 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по неравенствам.

**В11** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, A_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 5, а боковое ребро равно 6.



**В12** При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала  $f_0=170$  Гц и определяется следующим выражением:  $f=f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$  (Гц), где  $c$  — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u=13$  м/с и  $v=8$  м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости  $c$  (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике  $f$  будет не менее 175 Гц?

**В13** Десять одинаковых рубашек дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пятнадцать таких же рубашек дороже куртки?

**В14** Найдите наименьшее значение функции  $y=6\cos x+13x+8$  на отрезке  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ .

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.*



## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

а) Решите уравнение  $\sin 2x = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi; -2\pi]$ .

C2

В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания равна 6, а боковое ребро  $AA_1 = 1$ . Точка  $F$  принадлежит ребру  $C_1 D_1$  и делит его в отношении 2:1, считая от вершины  $C_1$ . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $C$  и  $F$ .

C3

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{6-x} \frac{(x-6)^2}{x-2} \geq 2, \\ \frac{x^2 - x - 14}{x-4} + \frac{x^2 - 8x + 3}{x-8} \leq 2x + 3. \end{cases}$$

C4

Окружности радиусов 1 и 4 с центрами  $O_1$  и  $O_2$  соответственно касаются внешним образом в точке  $C$ ,  $AO_1$  и  $BO_2$  — параллельные радиусы этих окружностей, причём  $\angle AO_1 O_2 = 60^\circ$ . Найдите  $AB$ .

C5

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a+7)^2 = |x-7-a| + |x+a+7|$$

имеет единственный корень.

C6

Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор  $-8, -5, -4, -3, -1, 1, 4$ . Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 2 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?